

Nested Linear Mixed Models with Repeated Measurement for Analyzing Telecommunication Products*

Model Linier Campuran Tersarang dengan Pengukuran Berulang untuk Menganalisis Produk Telekomunikasi

Fardilla Rahmawati¹, Khairil Anwar Notodiputro^{2‡}, and La Ode Abdul Rahman³

^{1,2,3}Department of Statistics, IPB University, Indonesia
[‡]corresponding author: khairil@apps.ipb.ac.id

Copyright © 2023 Fardilla Rahmawati, Khairil Anwar Notodiputro, and La Ode Abdul Rahman. This is an open-access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract

Nested linear mixed model is a model that combines fixed factors and random factors. Observations made over time with the same object being observed are called repeated measurements. This research was conducted to determine the determinant factors of internet data quota sales which are influenced by SA (Sales Area), MC (Mutual Check), PC (Product Category), and time factors using a nested linear mixed model with repeated measurement. SA, PC, and time factors as fixed factors while the MC factor nested in SA as a random factor. The results showed that the interaction effect between three fixed factors, namely between SA, PC, and time have a significant effect on the sales volume of internet data quota. Moreover, variation in the sales volume between MC factors was significant. The interaction between MC and PC, and the interaction between MC and time were significant on the sales volume of internet data quota.

Keywords: internet data quota, nested linear mixed model, repeated measurement.

* Received: Jun 2021; Reviewed: Sep 2021; Published: Oct 2023

1. Pendahuluan

Model dimana satu-satunya efek adalah efek tetap disebut model efek tetap, atau terkadang hanya model tetap. Model yang hanya memiliki efek acak disebut model efek acak atau lebih sederhana, model acak. Model yang berisi efek tetap dan acak disebut model campuran. Dalam penerapannya di kehidupan nyata, model campuran memiliki penggunaan yang lebih luas daripada model acak, karena sering kali tepat (dengan cara pengumpulan data) untuk memiliki efek tetap dan efek acak dalam model yang sama (Searle *et al.*, 1992). Perbedaannya dengan model linear biasa adalah faktor yang dilibatkan pada model linear biasa hanya faktor-faktor tetap saja atau faktor-faktor acak saja (Stroup, 2013).

Penerapan model campuran linear di berbagai bidang telah banyak diterapkan. Salah satu penerapannya adalah di bidang psikofisika dimana *Generalized Linear Mixed Model* (GLMM) digunakan untuk menduga *point-of-subjective-equivalence* (PSE) (Moscatelli *et al.*, 2012). Selain itu, menurut Nirmala *et al.* (2013), metode model campuran telah dikembangkan dengan *additive mixed model analyses* oleh Coull *et al.*, (2001).

Data pengukuran berulang dapat dianalisis dengan pendekatan-pendekatan yang umum digunakan yaitu *repeated measure design* (umumnya pada data hasil eksperimen) dan analisis data pengukuran berulang (umumnya pada data bidang ekonomi dan sosial dari hasil survei). Dalam proses analisis untuk kedua pendekatan tersebut, perlu didefinisikan model tetap (*fixed*) atau model acak (*random*) yang digunakan dalam analisis. Model linear campuran (*linear mixed model*) merupakan model yang lebih umum digunakan dimana dalam *linear mixed model*, efek tetap dan efek acak didefinisikan dalam satu model (Tantular, 2012).

Berdasarkan data hasil penjualan produk telekomunikasi yang dikumpulkan dari survei suatu perusahaan *marketing research* mengenai penjualan produk telekomunikasi, dilakukan pengamatan terhadap jumlah kuota data internet yang terjual di setiap MC (*Mutual Check*) atau kumpulan *outlet*. MC tersebut kemudian dikelompokkan menjadi SA (*Sales Area*). Jumlah kuota data internet yang terjual diamati selama bulan Februari 2020 atau dilakukan pengamatan berulang selama 29 hari.

Penelitian ini akan mengkaji volume penjualan produk kuota data internet di setiap MC (*Mutual Check*) berdasarkan periode waktu yang diamati. Faktor SA (*Sales Area*), PC (*Product Category*), dan waktu menjadi faktor tetap dan MC (*Mutual Check*) yang tersarang pada SA (*Sales Area*) menjadi faktor acak. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan faktor determinan dari penjualan kuota data internet sehingga akan bermanfaat bagi manajemen dalam menyusun kebijakan pemasaran guna meningkatkan pendapatan.

2. Metodologi

2.1 Model Campuran Linear Tersarang dengan Pengamatan Berulang

Secara umum model linear campuran adalah sebagai berikut (Stroup, 2013):

$$\text{Prediktor linear: } \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{Z}\boldsymbol{b} \quad (1)$$

dengan $\boldsymbol{b} \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{G})$, dimana $\boldsymbol{\eta}$ adalah vektor nilai prediktor linear untuk setiap N pengamatan dalam kumpulan data, \boldsymbol{X} adalah matriks desain dari efek tetap teramati, $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter pengaruh efek tetap yang tidak diketahui, \boldsymbol{Z} adalah matriks

desain efek acak teramati, \mathbf{b} adalah vektor acak yang tidak diketahui. Amatan y memiliki sebaran $\mathbf{y}|\mathbf{b} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})$, dimana $E(\mathbf{y}|\mathbf{b}) = \boldsymbol{\mu}|\mathbf{b}$ atau $\boldsymbol{\mu}$ dan $Var(\mathbf{y}|\mathbf{b}) = \mathbf{R}$. Fungsi penghubung untuk *linear mixed models* adalah identitas: $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\mu}$.

Model linear untuk rancangan tersarang dua tahap secara umum adalah sebagai berikut (Montgomery, 2012).

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \epsilon_{(ij)k} \quad (2)$$

dimana y_{ijk} adalah pengamatan untuk faktor A ke- i , faktor B ke- j , dan ulangan ke- k , μ adalah rata-rata umum, τ_i adalah pengaruh faktor A ke- i , $\beta_{j(i)}$ adalah pengaruh faktor B taraf ke- j tersarang pada faktor A taraf ke- i , dan $\epsilon_{(ij)k}$ adalah pengaruh acak dari faktor A ke- i , faktor B ke- j dan ulangan ke- k , dengan $i = 1, 2, \dots, a$, $j = 1, 2, \dots, b$, dan $k = 1, 2, \dots, n$.

Model linear dari rancangan pengamatan berulang sama dengan model rancangan dasar, namun ditambah pengaruh waktu dan interaksinya. Pada rancangan faktorial dua faktor yang diukur pada waktu yang berulang akan menghasilkan model linear sebagai berikut (Mattjik & Sumertajaya, 2000).

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \delta_{ijk} + \omega_l + \gamma_{lk} + \alpha\omega_{il} + \beta\omega_{jl} + \alpha\beta\omega_{ijl} + \epsilon_{ijkl} \quad (3)$$

dimana Y_{ijkl} adalah respon dari pengaruh perlakuan ke- i , pengaruh perlakuan ke- j , dan ulangan ke- k , pengaruh waktu ke- l , μ adalah rata-rata umum; α_i adalah pengaruh faktor A ke- i ; β_j adalah pengaruh faktor B ke- j ; $\alpha\beta_{ij}$ adalah pengaruh interaksi faktor A ke- i dan faktor B ke- j ; δ_{ijk} adalah komponen acak perlakuan; ω_l adalah pengaruh waktu pengamatan ke- l ; γ_{lk} adalah komponen acak waktu pengamatan; $\alpha\omega_{il}$ adalah pengaruh interaksi faktor A ke- i dan waktu ke- l ; $\beta\omega_{jl}$ adalah pengaruh interaksi faktor B ke- j dan waktu ke- l ; $\alpha\beta\omega_{ijl}$ adalah pengaruh faktor A ke- i , faktor B ke- j dan waktu ke- l ; dan ϵ_{ijkl} adalah komponen acak dari interaksi waktu dan perlakuan. Dari model di atas terlihat ada tiga komponen acak yaitu komponen acak untuk perlakuan (δ_{ijk}) yang menyebar normal $(0, \sigma_\delta^2)$, komponen acak untuk waktu (γ_{lk}) menyebar normal $(0, \sigma_\gamma^2)$, dan komponen acak untuk interaksi waktu dan perlakuan (ϵ_{ijkl}) yang menyebar normal $(0, \sigma_\epsilon^2)$.

2.2 Data

Data yang digunakan dalam penelitian merupakan data yang diperoleh dari survei suatu perusahaan *marketing research* mengenai penjualan produk telekomunikasi dari tanggal 1 Februari 2020 sampai 29 Februari 2020. Survei dilakukan terhadap toko pulsa/*outlet*.

Pengumpulan data dilakukan dengan melakukan survei ke 10 sampai 15 *outlet* yang berada di setiap MC (*Mutual Check*). Pada masing-masing SA (*Sales Area*) hanya akan dipilih beberapa MC (*Mutual Check*) yaitu 1 sampai 4 MC sehingga MC merupakan contoh acak. Terdapat 89 MC (*Mutual Check*) dan 51 SA (*Sales Area*) yang diamati. Survei dilakukan terhadap jumlah kuota data internet yang terjual di setiap MC (*Mutual Check*). Volume penjualan kuota data internet dihitung dari total kuota data internet untuk setiap PC (*Product Category*) yang terjual pada setiap MC (*Mutual Check*) setiap harinya.

Peubah-peubah yang dianalisis pada penelitian ini terdiri dari *Date*, SA (*Sales Area*), MC (*Mutual Check*), PC (*Product Category*), dan jumlah kuota data internet (dalam satuan GB). PC (*Product Category*) terdiri dari *Electric Add on Data*, *SP Data*,

dan *Voucher Data*. *Electric Add on Data* adalah kategori produk untuk mengisi kuota data internet yang dikirimkan langsung oleh penjaga *outlet* melalui perangkat yang dimiliki penjaga *outlet*. *SP Data* adalah kategori produk untuk mengisi kuota data internet dengan melakukan registrasi atau dengan mengaktifkan nomor pada produk *SP Data* yang dibeli. *Voucher Data* adalah kategori produk untuk mengisi kuota data internet dengan melakukan pengisian paket data dari voucher yang dibeli.

Penelitian ini menggunakan model campuran linear tersarang dengan pengamatan berulang. Dalam analisis, terdapat empat faktor yang terlibat, yaitu SA, MC, PC, dan waktu. Faktor SA, PC, dan waktu merupakan faktor tetap karena tidak dipilih secara acak level-level pada masing-masing faktor. Faktor MC yang tersarang pada SA merupakan faktor acak karena dipilih secara acak level-level pada faktor MC.

Tabel 1: Contoh tampilan data

SA	MC	Product Category	Volume kuota data internet yang terjual (GB)		
			1 Feb 2020	...	29 Feb 2020
Depok	Ciseeng	<i>Electric Add on Data</i>
Depok	Ciseeng	<i>SP Data</i>
Depok	Ciseeng	<i>Voucher Data</i>
Depok	Depok	<i>Electric Add on Data</i>
Depok	Depok	<i>SP Data</i>
Depok	Depok	<i>Voucher Data</i>
Karawang	Cikarang	<i>Electric Add on Data</i>
Karawang	Cikarang	<i>SP Data</i>
Karawang	Cikarang	<i>Voucher Data</i>
Karawang	Rengasdengklok	<i>Electric Add on Data</i>
Karawang	Rengasdengklok	<i>SP Data</i>
Karawang	Rengasdengklok	<i>Voucher Data</i>
...

2.3 Metode Penelitian

2.3.1 Model

Model campuran linear tersarang pada pengamatan berulang yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \omega_{l(i)} + (\beta\omega)_{jl(i)} + (\gamma\omega)_{kl(i)} + \epsilon_{(ijkl)} \quad (4)$$

dengan,

Y_{ijkl} : volume kuota data internet yang terjual pada SA (*Sales Area*) tingkat ke- i , PC (*Product Category*) tingkat ke- j , waktu tingkat ke- k , dan MC (*Mutual Check*) ke- l ,

μ : rata-rata umum,

α_i : pengaruh SA tingkat ke- i ,

β_j : pengaruh PC tingkat ke- j ,

γ_k : pengaruh waktu pengamatan ke- k ,

$(\alpha\beta)_{i,j}$: pengaruh interaksi pengaruh SA tingkat ke- i dan PC tingkat ke- j ,

$(\alpha\gamma)_{i,k}$: pengaruh interaksi pengaruh SA tingkat ke- i dan waktu ke- k ,
 $(\beta\gamma)_{j,k}$: pengaruh interaksi pengaruh PC tingkat ke- j dan waktu ke- k ,
 $(\alpha\beta\gamma)_{i,j,k}$: pengaruh interaksi SA tingkat ke- i , PC tingkat ke- j , dan waktu ke- k ,
 $\omega_{l(i)}$: pengaruh acak MC tingkat ke- l tersarang pada SA tingkat ke- i ,
 $(\beta\omega)_{j,l(i)}$: pengaruh interaksi dari PC ke- j dan MC ke- l pada SA ke- i ,
 $(\gamma\omega)_{k,l(i)}$: pengaruh interaksi dari waktu ke- k dan MC ke- l pada SA ke- i ,
 $\epsilon_{(i,j,k,l)}$: galat dari SA tingkat ke- i pada PC tingkat ke- j pada waktu ke- k di MC tingkat ke- l ,
 dimana $i = 1, 2, \dots, 27$; $j = 1, 2, 3$; dan $k = 1, 2, \dots, 29$, dan $l = 1, 2$.

2.3.2 Prosedur Analisis Data

Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

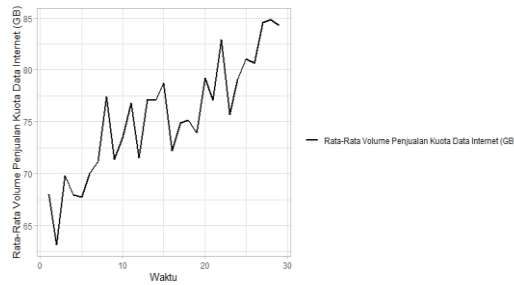
1. Melakukan tahap praproses data menggunakan Microsoft Excel 2016 untuk merapikan struktur data yang digunakan dalam penelitian dan *software* Rstudio dengan versi R Base 4.0.3 untuk analisis data.
2. Melakukan eksplorasi data untuk mengetahui gambaran umum penjualan kuota data internet dan karakteristik data menggunakan teknik statistika deskriptif sesuai bentuk visualisasi data yang telah disesuaikan.
3. Mengestimasi persamaan model campuran linear tersarang dengan pengamatan berulang. Pendugaan parameter keragaman untuk faktor acak dilakukan dengan metode *Restricted Maximum Likelihood* (REML).
4. Melakukan pemeriksaan asumsi sisaan, yaitu memeriksa plot peluang normal untuk mengetahui kenormalan sisaan serta plot antara sisaan dan nilai dugaan respon untuk kehomogenan ragam sisaan.
5. Merumuskan hipotesis terhadap pengaruh SA (*Sales Area*), MC (*Mutual Check*), PC (*Product Category*), dan waktu dari amatan yang berulang.
 - (i) Pengaruh faktor SA
 $H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_{27} = 0$ (faktor SA tidak berpengaruh)
 H_1 : paling sedikit ada satu i dengan $\alpha_i \neq 0$ (faktor SA berpengaruh)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji F kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
 - (ii) Pengaruh faktor PC
 $H_0: \beta_1 = \dots = \beta_3 = 0$ (faktor PC tidak berpengaruh)
 H_1 : paling sedikit ada satu j dengan $\beta_j \neq 0$ (faktor PC berpengaruh)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji F kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
 - (iii) Pengaruh faktor Waktu
 $H_0: \gamma_1 = \dots = \gamma_{29} = 0$ (faktor waktu tidak berpengaruh)
 H_1 : paling sedikit ada satu k dengan $\gamma_k \neq 0$ (faktor waktu berpengaruh)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji F kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
 - (iv) Pengaruh interaksi faktor SA dengan PC
 $H_0: (\alpha\beta)_{1,1} = \dots = (\alpha\beta)_{27,3} = 0$ (interaksi faktor SA dengan PC tidak berpengaruh)
 H_1 : paling sedikit ada satu i, j dengan $(\alpha\beta)_{i,j} \neq 0$ (interaksi faktor SA dengan PC berpengaruh)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji F kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
 - (v) Pengaruh interaksi pengaruh SA dengan waktu
 $H_0: (\alpha\gamma)_{1,1} = \dots = (\alpha\gamma)_{27,29} = 0$ (interaksi pengaruh SA dengan waktu tidak berpengaruh)

- H_1 : paling sedikit ada satu i,k dengan $(\alpha\gamma)_{i,k} \neq 0$ (interaksi pengaruh SA dengan waktu berpengaruh)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji F kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
- (vi) Pengaruh interaksi pengaruh PC dengan waktu
 $H_0: (\beta\gamma)_{1,1} = \dots = (\beta\gamma)_{3,27} = 0$ (interaksi pengaruh PC dengan waktu tidak berpengaruh)
 H_1 : paling sedikit ada satu j,k dengan $(\beta\gamma)_{j,k} \neq 0$ (interaksi pengaruh PC dengan waktu berpengaruh)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji F kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
- (vii) Pengaruh interaksi SA, PC, dan waktu
 $H_0: (\alpha\beta\gamma)_{1,1,1} = \dots = (\alpha\beta\gamma)_{27,3,29} = 0$ (interaksi pengaruh SA, PC, dan waktu tidak berpengaruh)
 H_1 : paling sedikit ada satu i,j,k dengan $(\alpha\beta\gamma)_{i,j,k} \neq 0$ (interaksi pengaruh SA, PC, dan waktu berpengaruh)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji F kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
- (viii) Pengaruh acak faktor MC yang tersarang pada SA
 $H_0: \sigma_{\omega}^2 = 0$ (tidak ada keragaman dalam faktor MC yang tersarang pada faktor SA)
 $H_1: \sigma_{\omega}^2 > 0$ (ada keragaman dalam faktor MC yang tersarang pada faktor SA)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji Wald kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
- (ix) Pengaruh acak interaksi faktor PC dengan MC yang tersarang pada SA
 $H_0: \sigma_{\beta\omega}^2 = 0$ (tidak ada keragaman interaksi faktor PC dengan MC yang tersarang pada SA)
 $H_1: \sigma_{\beta\omega}^2 > 0$ (ada keragaman interaksi faktor PC dengan MC yang tersarang pada SA)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji Wald kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
- (x) Pengaruh acak interaksi faktor Waktu dengan MC yang tersarang pada SA
 $H_0: \sigma_{\gamma\omega}^2 = 0$ (tidak ada keragaman interaksi faktor waktu dengan MC yang tersarang pada SA)
 $H_1: \sigma_{\gamma\omega}^2 > 0$ (ada keragaman interaksi faktor waktu dengan MC yang tersarang pada SA)
 H_0 ditolak jika nilai peluang dari uji Wald kurang dari taraf nyata sebesar 0.05.
6. Melakukan pengujian hipotesis dengan menggunakan statistik uji F untuk faktor tetap dan statistik uji Wald untuk faktor acak.
7. Menarik simpulan untuk menolak atau menerima H_0 pada taraf nyata 5%.
8. Melakukan interpretasi model berdasarkan simpulan yang didapatkan.

3. Hasil dan Pembahasan

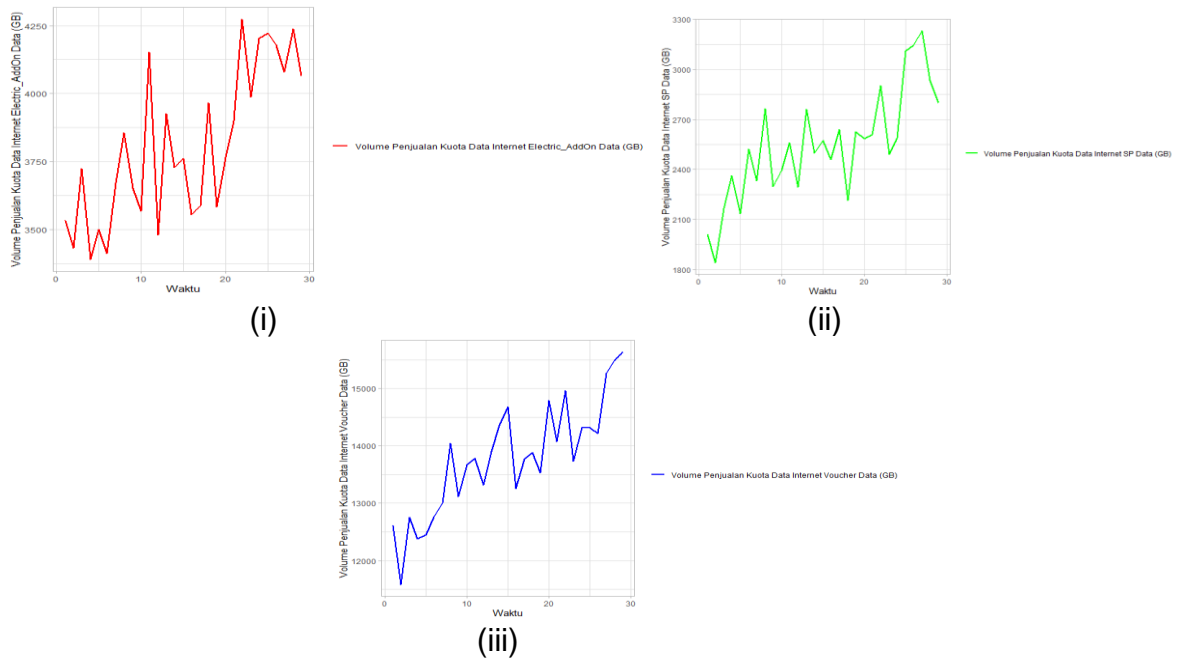
3.1 Eksplorasi Data

Data penjualan produk telekomunikasi pada bulan Februari 2020 terdiri atas 89 MC (*Mutual Check*) yang dikelompokkan menjadi 51 SA (*Sales Area*). Dari setiap MC, volume penjualan kuota data internet dihitung dari total kuota data yang terjual untuk setiap PC (*Product Category*). Terdapat tiga PC yaitu *Electric Add on Data*, *SP Data*, dan *Voucher Data*.



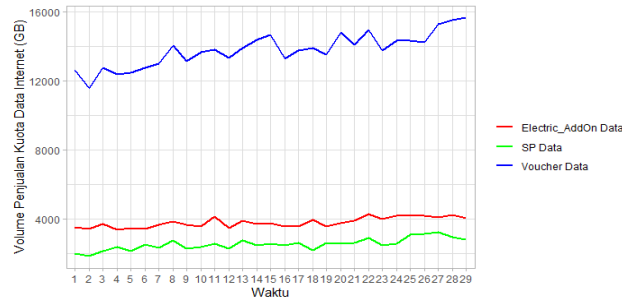
Gambar 1: Plot rata-rata jumlah penjualan kuota data internet seluruh MC

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa plot rata-rata jumlah penjualan kuota data internet mengalami kenaikan dan penurunan dari waktu ke waktu. Hal ini menunjukkan bahwa setiap harinya atau setiap waktu amatan bisa mengalami kenaikan atau penurunan yang sangat signifikan, seperti pada tanggal 11 Februari 2020, rata-rata penjualan mengalami penurunan yang sangat signifikan dari hari sebelumnya.



Gambar 2: Plot jumlah penjualan kuota data internet pada *Product Category* (PC) *Electric_AddOn Data* (i), *SP Data* (ii), dan *Voucher Data* (iii) dari tanggal 1 sampai 29 Februari 2020

Volume total penjualan dari seluruh SA untuk setiap PC dapat dilihat pada Gambar 2. Untuk ketiga PC yakni *Electric_AddOn Data*, *SP Data*, dan *Voucher Data* mengalami *trend* atau kecenderungan naik meskipun terdapat fluktuasi atau pola naik dan turun yang cukup besar di beberapa waktu.



Gambar 3: Plot jumlah penjualan kuota data internet pada ketiga *Product Category* (PC)

Plot jumlah penjualan kuota data internet untuk ketiga PC ini terdiri atas tiga buah garis, dimana garis berwarna merah adalah *Electric_AddOn Data*, garis berwarna hijau adalah *SP Data*, dan garis berwarna biru adalah *Voucher Data*. Total penjualan seluruh SA untuk *Voucher Data* adalah yang paling besar karena garis yang terbentuk jauh berada di atas kedua garis lainnya, sedangkan untuk *SP Data* adalah PC yang memiliki total penjualan untuk seluruh SA paling kecil di setiap waktu amatan.

3.2 Model Campuran Linear Tersarang dengan Pengamatan Berulang

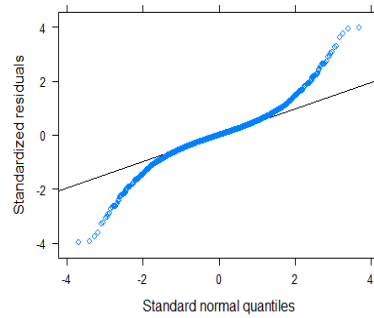
Volume penjualan kuota data internet dianalisis menggunakan model campuran linear tersarang dengan pengamatan berulang. Faktor SA, PC, dan waktu sebagai faktor tetap sedangkan faktor MC yang tersarang pada SA sebagai faktor acak karena pada masing-masing SA hanya dipilih beberapa MC saja. Faktor-faktor tersebut diduga memengaruhi volume penjualan kuota data internet. Pada pemodelan ini terdapat 27 SA dan 2 MC di setiap SA yang dianalisis, dimana 27 SA tersebut terdiri dari 2, 3, atau 4 MC. SA yang memiliki 3 atau 4 MC akan dipilih 2 MC secara acak.

3.2.1. Pendugaan Parameter

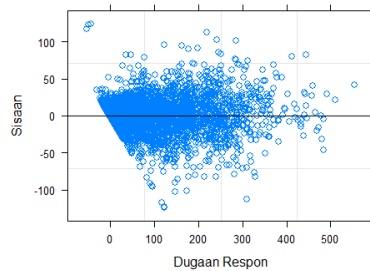
Nilai dugaan ragam galat yang dihasilkan menggunakan metode *Restricted Maximum Likelihood* (REML) pada model yang dibentuk adalah sebesar 0.8877 GB. Nilai dugaan ragam galat yang dihasilkan cukup besar karena galat atau error yang dihasilkan dari data penjualan kuota data internet ini tidak dapat dikendalikan oleh faktor-faktor pada penelitian ini. Dengan menggunakan metode REML, nilai dugaan ragam faktor MC yang tersarang pada SA adalah sebesar 1.2552 GB, nilai dugaan ragam faktor interaksi antara MC dengan PC sebesar 0.4275 GB, dan nilai dugaan ragam faktor interaksi antara MC dan waktu sebesar 0.2438 GB.

3.2.2. Pemeriksaan Asumsi

Pemeriksaan asumsi sisaan dilakukan berdasarkan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam model campuran linear tersarang yaitu kenormalan sisaan, kehomogenan ragam, dan kebebasan sisaan. Untuk asumsi kebebasan sisaan pada penelitian ini tidak akan diperiksa karena diyakini bahwa sisaan akan saling bebas dikarenakan pemilihan MC yang sudah acak pada setiap SA sehingga nilai amatan dari suatu MC tidak akan dipengaruhi oleh amatan lain. Dalam penelitian jika amatan diamati secara berulang kali atau disebut sebagai pengamatan berulang dan dalam analisisnya menggunakan model campuran linear tersarang maka asumsi ini akan dianggap terpenuhi.



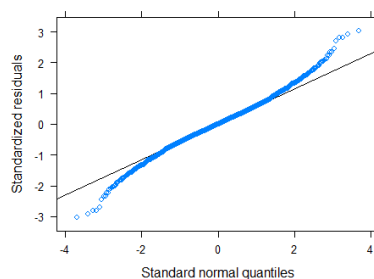
Gambar 4: Plot peluang normal



Gambar 5: Plot sisaan dengan nilai dugaan respon

Secara visual, uji kenormalan sisaan dapat dilihat melalui plot peluang normal, yaitu melihat plot sisaan data dengan skor normal baku. Sisaan dapat disimpulkan menyebar normal, apabila plot yang dihasilkan membentuk garis yang cenderung lurus (Aunuddin, 2005). Plot antara sisaan dengan skor normal baku pada model yang terbentuk dapat dilihat pada Gambar 4. Plot yang dihasilkan tidak mengikuti garis lurus, sehingga dapat disimpulkan bahwa sisaan tidak menyebar normal.

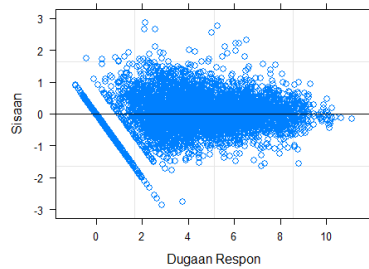
Asumsi kehomogenan ragam dilihat melalui plot antara sisaan dan nilai dugaan respon. Ragam sisaan dapat disimpulkan homogen secara visual apabila lebar pita yang dihasilkan dari plot antara sisaan dengan rata-rata perlakuan relatif sama (Aunuddin, 2005). Pada Gambar 5 dapat dilihat plot sisaan dengan nilai dugaan respon memiliki lebar pita pada sumbu vertikal yang dihasilkan relatif sama, sehingga dapat disimpulkan ragam sisaan homogen atau asumsi kehomogenan ragam terpenuhi.



Gambar 6: Plot peluang normal setelah dilakukan transformasi Tukey

Asumsi kenormalan sisaan tidak terpenuhi, maka perlu dilakukan penanganan terhadap volume penjualan kuota data internet. Penanganan dapat dilakukan dengan melakukan transformasi Tukey. Nilai lambda yang dihasilkan pada proses transformasi

ini adalah 0.375 sehingga transformasi yang dilakukan adalah (y^λ) dimana y adalah volume penjualan kuota data internet.



Gambar 7: Plot sisaan dengan nilai dugaan respon setelah dilakukan transformasi Tukey

Plot peluang normal pada Gambar 6 memperlihatkan bahwa plot sisaan terhadap skor normal baku cenderung mengikuti garis lurus, sehingga dapat disimpulkan secara visual sisaan sudah memenuhi asumsi kenormalan. Pada plot sisaan dengan nilai dugaan respon pada Gambar 7 menghasilkan lebar pita yang relatif sama pada sumbu vertikal, sehingga dapat disimpulkan secara visual ragam sisaan homogen.

3.2.3. Pengujian Hipotesis

Hipotesis pengaruh faktor tetap SA, PC, dan waktu akan dilakukan pengujian menggunakan statistik uji F. Hipotesis pengaruh faktor acak akan dilakukan pengujian menggunakan statistik uji Wald untuk menguji keragaman faktor acak yaitu faktor MC. Hasil pengujian terhadap faktor tetap dapat dilihat pada Tabel 2 dan hasil pengujian terhadap faktor acak dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 2: Pengaruh faktor tetap

Faktor	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	Nilai-F	Nilai-P
SA	26	14.55	0.56	0.6302	0.9261275
PC	2	669.92	334.96	377.3307	0.0000000
Waktu	28	42.35	1.51	1.703	0.0118515
SA*PC	52	247.66	4.76	5.3653	0.0000000
SA*Waktu	728	1231.83	1.69	1.9061	0.0000000
PC*Waktu	56	41.29	0.74	0.8346	0.8053505
SA*PC*Waktu	1456	1465.92	1.01	1.1342	0.0013439

Hasil uji F pada Tabel 2 untuk faktor tetap menunjukkan bahwa nilai-P faktor PC dan faktor waktu, faktor interaksi antara SA dengan PC, interaksi antara SA dengan waktu, dan interaksi antara SA, PC, dan waktu memiliki nilai kurang dari taraf nyata 0.05 (nilai-P < 0.05).

Ketika interaksi besar, efek utama yang sesuai memiliki sedikit makna. Interaksi yang signifikan dapat menutupi signifikansi efek utama (Montgomery, 2009). Dari hasil uji F dengan faktor dan interaksi yang menunjukkan hasil yang signifikan (nilai-P < 0.05), interaksi tertinggi yaitu interaksi antara tiga faktor (SA, PC, dan waktu) adalah interaksi faktor tetap yang lebih diutamakan daripada faktor tetap utama dan interaksi antara dua faktor tetap. Oleh karena itu penafsiran atau interpretasi hanya ditekankan

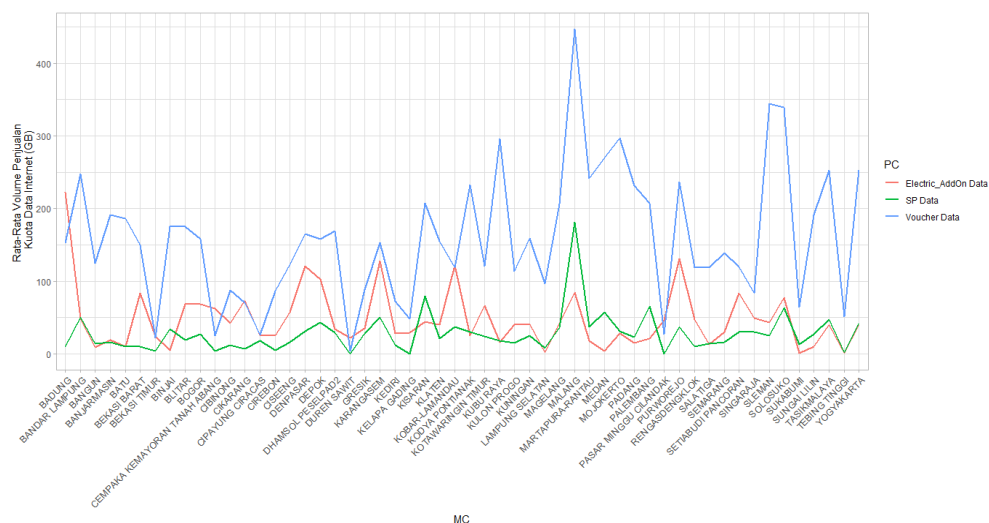
pada pengaruh interaksi tiga faktor saja. Pengaruh faktor tetap utama dan interaksi antara dua faktor yang signifikan menjadi tidak berlaku.

Pengaruh interaksi adalah antara faktor yang satu dengan faktor yang lain pengaruhnya tidak bersifat bebas atau terdapat faktor yang saling memengaruhi atau terdapat interaksi antar-faktor yang nyata. Kerjasama antar-faktor yang dikombinasikan tersebut dikatakan tidak bebas satu sama lainnya atau terdapat interaksi yang nyata (Tenaya, 2015). Pengaruh interaksi antara SA, PC, dan waktu menunjukkan hasil yang nyata karena nilai-P kurang dari taraf nyata 5%. Artinya terdapat hubungan ketergantungan pada suatu SA tertentu dengan suatu PC dan dengan suatu waktu tertentu yang tidak dapat dipisahkan.

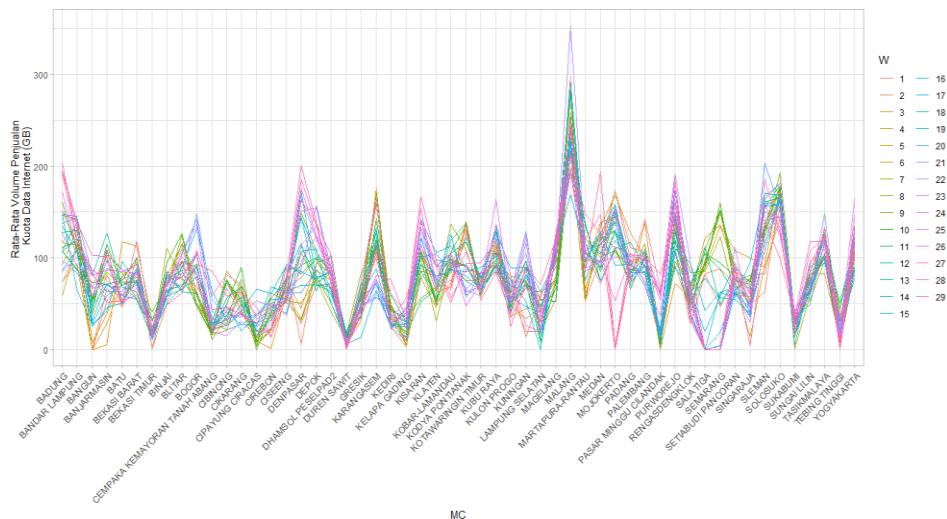
Tabel 3: Pendugaan parameter dan hasil uji keragaman pada faktor acak

Parameter keragaman	Dugaan ragam	Deviasi standar	Nilai-Z	Nilai-P
MC(SA)	1.2552	0.2605731	4.817074	0.00
PC*MC(SA)	0.4275	0.0903769	4.730191	0.00
Waktu*MC(SA)	0.2438	0.0267170	9.125276	0.00
Galat	0.8877	0.0214469	41.3906	0.00

Hasil uji Wald pada Tabel 3 untuk faktor acak menunjukkan bahwa nilai-P faktor MC yang tersarang pada SA memiliki nilai kurang dari taraf nyata 0.05 (nilai-P < 0.05), yang artinya bahwa terdapat keragaman pada volume penjualan kuota data internet. Hal ini menunjukkan bahwa MC yang berbeda akan memberikan nilai volume penjualan kuota yang berbeda-beda. Interaksi antara MC dengan PC dan interaksi antara MC dengan waktu pun menunjukkan adanya keragaman bagi volume penjualan kuota data internet. Hal ini mengindikasikan bahwa untuk ketiga PC yang dianalisis memberikan respon yang berbeda terhadap setiap MC di setiap SA. Implikasinya adalah PC yang menghasilkan volume penjualan kuota data internet yang tinggi di suatu MC tidak tentu akan tinggi pula pada MC yang lain. Selain itu, interaksi antara MC dengan waktu yang menunjukkan keragaman pada volume penjualan kuota data internet, mengindikasikan bahwa untuk setiap waktu yang diamati memberikan respon yang berbeda terhadap setiap MC di setiap SA sehingga jika suatu waktu menghasilkan volume penjualan kuota data internet yang tinggi di suatu MC maka tidak tentu akan tinggi pula pada MC yang lain.



Gambar 8: Plot interaksi antara faktor MC dengan faktor PC



Gambar 9: Plot interaksi antara faktor MC dengan faktor waktu

Berdasarkan plot interaksi antara faktor MC dengan faktor PC pada Gambar 8, setiap PC yang diamati memberikan respon yang berbeda untuk setiap MC. Dapat dilihat bahwa PC *Voucher Data* memiliki rata-rata volume penjualan kuota data internet yang lebih besar daripada PC *Electric Add on Data* dan *SP Data* di hampir seluruh MC. Rata-rata volume penjualan kuota data internet pada MC Malang adalah yang paling besar untuk PC *SP Data* dan *Voucher Data* sedangkan pada MC Badung adalah yang paling besar untuk PC *Electric Add on Data*. Pada Gambar 9 plot interaksi antara faktor MC dengan faktor waktu memperlihatkan pola interaksi antara MC dengan waktu. Setiap waktu yang diamati memberikan respon yang berbeda untuk setiap MC. Rata-rata volume penjualan kuota data internet pada MC Malang adalah yang paling besar untuk sebagian besar waktu pengamatan.

3.2.4. Interpretasi Hasil

Faktor yang sangat memengaruhi volume penjualan kuota data internet berdasarkan faktor tetapnya adalah interaksi antara SA, PC, dan waktu. Pengaruh interaksi ini menunjukkan bahwa volume penjualan kuota data internet akan bergantung pada kombinasi atau gabungan dari faktor SA, faktor PC, dan faktor waktu. Setiap kombinasi SA, PC, dan waktu yang berbeda akan memiliki volume penjualan kuota data internet yang berbeda pula. Sebagai ilustrasi, pada SA adalah Depok, PC adalah *SP Data*, dan waktu adalah 12 Februari 2020, volume penjualan kuota data internet akan berbeda pada SA adalah Karawang, PC adalah *Voucher Data*, dan waktu adalah 18 Februari 2020. Terdapat hubungan ketergantungan antara setiap SA tertentu dengan setiap PC tertentu dan dengan waktu tertentu yang memengaruhi volume penjualan kuota data internet. Dapat dikatakan faktor SA, faktor PC, dan faktor waktu berpengaruh secara khusus atau memiliki sifat yang khusus terhadap volume penjualan kuota data internet. Suatu SA akan berpengaruh khusus terhadap volume penjualan kuota data internet pada setiap PC tertentu dan setiap waktu tertentu. Suatu PC akan berpengaruh khusus terhadap volume penjualan kuota data internet pada setiap SA tertentu dan setiap waktu tertentu. Suatu waktu akan berpengaruh khusus terhadap volume penjualan kuota data internet pada setiap SA tertentu dan setiap PC tertentu.

4. Simpulan dan Saran

4.1 Simpulan

Model campuran linear tersarang dengan pengamatan berulang dapat memodelkan faktor tetap dan faktor acak untuk menentukan faktor determinan dari volume penjualan kuota data internet pada taraf nyata 5%. Pengujian parameter untuk model campuran terdiri dari dua uji yaitu, uji F dan uji Wald. Statistik uji F digunakan untuk pengujian parameter pengaruh faktor tetap SA (*Sales Area*), PC (*Product Category*) dan waktu serta interaksi antara SA dengan PC, interaksi antara SA dengan waktu, interaksi antara PC dengan waktu, dan interaksi antara SA, PC, dan waktu. Statistik uji Wald digunakan untuk menguji keragaman faktor acak yaitu faktor MC (*Mutual Check*) yang tersarang pada SA, interaksi antara MC dengan PC, dan interaksi antara MC dengan waktu. Terdapat pengaruh interaksi antara ketiga faktor tetap yaitu interaksi antara SA, PC, dan waktu yang berpengaruh nyata terhadap volume penjualan kuota data internet. Keragaman pada faktor acak MC yang tersarang pada SA berpengaruh nyata terhadap volume penjualan kuota data internet. Selain itu, keragaman interaksi antara MC dengan PC dan interaksi antara MC dengan waktu juga berpengaruh nyata terhadap volume penjualan kuota data internet.

4.2 Saran

Pada penelitian ini didapatkan bahwa pada model campuran linear tersarang, interaksi antara ketiga faktor tetap yaitu SA (*Sales Area*), PC (*Product Category*) dan waktu berpengaruh terhadap volume penjualan. Dapat dilakukan perencanaan kebijakan penjualan dengan memperhatikan bahwa penjualan kuota data internet pada suatu SA tertentu dengan suatu PC dan dengan suatu waktu tertentu memiliki hubungan ketergantungan yang tidak dapat dipisahkan, sehingga dapat diidentifikasi lebih lanjut untuk setiap kombinasi taraf-taraf dari setiap faktor kebijakan yang dapat meningkatkan pendapatan.

Penanganan pelanggaran asumsi menggunakan transformasi Tukey untuk model campuran linear tersarang pada penelitian ini masih belum dapat menangani asumsi yang dilanggar secara formal. Penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk menggunakan model campuran linear tersarang yang mengikuti asumsi sebaran data seperti poisson, gamma, atau sebaran lainnya seperti yang dilakukan oleh Szyszkowicz (2006) yang menerapkan model efek acak Poisson dan Duan *et al.* (2019) yang menggunakan model efek campuran gaussian terbalik bersarang.

Ucapan Terima Kasih. Peneliti mengucapkan terimakasih kepada Bapak Satrio Wiseno dari PT. Grup Riset Potensial (GRP) yang telah membantu peneliti dalam memperoleh data pada penelitian ini.

Daftar Pustaka

Aunuddin. (2005). *Statistika: Rancangan dan Analisis Data*. Bogor (ID): IPB Press.

Coull, B. A., Schwartz, J., & Wand, M. P. (2001). Respiratory health and air pollution: additive mixed model analyses. *Biostatistics*, 2(3): 337–349.

- Duan, X. De, Zhang, S., Zhang, W. Z., & Wu, Y. (2019). Nested Inverse Gaussian Mixed-Effects Model for Longitudinal Data. *Procedia Computer Science*, 154: 561–565.
- Mattjik, A. A., & Sumertajaya, I. M. (2000). *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab Jilid I Edisi Kedua*. Bogor (ID): IPB Press.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control, Sixth Edition*. Danvers (US): John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D. C. (2012). *Design and Analysis of Experiments Eighth Edition*. Arizona (US): John Wiley & Sons.
- Moscatelli, A., Mezzetti, M., & Lacquaniti, F. (2012). Modeling psychophysical data at the population-level: The generalized linear mixed model. *Journal of Vision*, 12(11): 1–17.
- Nirmala, F., Kuntoro, & Notobroto, H. B. (2013). Aplikasi General Linear Mixed Model (GLMM) pada Data Longitudinal Kadar Trombosit Demam Berdarah Dengue. *Jurnal Biometrika Dan Kependudukan*, 2(2): 131–139.
- Searle, S. R., Casella, G., & McCulloch, C. E. (1992). *Variance Components*. New York (US): John Wiley & Sons, Inc.
- Stroup, W. W. (2013). *Generalized Linear Mixed Models*. Boca Raton (US): Taylor & Francis Group, LLC.
- Szyszkowicz, M. (2006). Use of generalized linear mixed models to examine the association between air pollution and health outcomes. *International Journal of Occupational Medicine and Environmental Health*, 19(4): 224–227.
- Tantular, B. (2012). Pendekatan Model Multilevel untuk Data Repeated Measures. *Prosiding Matematika FMIPA UNY*, (November), 978–979.
- Tenaya, I. M. N. (2015). Pengaruh Interaksi dan Nilai Interaksi pada Percobaan Faktorial (Review). *Journal on Agriculture Science*, 5(1): 9–20.